Capítulo 2

Magnitudes Logarítmicas

Introducción

En este capitulo introduciremos algunos conceptos muy utilizados en los sistemas de comunicaciones. Inicialmente se tratan las unidades logarítmicas que se emplean extensamente y, aunque al principio pueden resultar algo extrañas, es necesario que el estudiante se familiarice con ellas y se acostumbre a utilizarlas de manera habitual. Las unidades logarítmicas se empezaron a usar principalmente en los sistemas telefónicos y por ello, conservan aún ciertas connotaciones en ese contexto. Se introducen también algunos conceptos básicos relacionados con el ruido y aunque este tema se trata con mayor amplitud en el capítulo 8, es conveniente tener presente que los efectos del ruido son inevitables en cualquier sistema de comunicaciones y su cuantificación es indispensable en el cálculo de cualquier sistema.

2.1 Unidades Logarítmicas

En los sistemas de comunicaciones es práctica común utilizar magnitudes logarítmicas en lugar de las magnitudes a que estamos acostumbrados. Hay, entre otras, dos razones para ello, una de carácter histórico que se remonta a los orígenes de la telefonía, en que se observó que la respuesta del oído humano a la intensidad sonora es de tipo logarítmico y otra de carácter práctico, ya que en comunicaciones se manejan magnitudes de voltaje, corriente y potencia en rangos muy amplios, por ejemplo, el voltaje de entrada a un receptor puede ser de unas fracciones de microvoltio y la salida, de varios voltios, lo que representa un rango de la señal de más de seis órdenes de magnitud que hace muy difícil la representación gráfica en una escala lineal. Algo similar ocurre con los rangos de potencia, corriente y frecuencia que se manejan en comunicaciones.

Siempre que se expresa una magnitud, ya sea dimensional o adimensional, se hace refiriéndola a una unidad de medida. Así, si se dice que un objeto tiene una longitud de 10 m, esto significa que es diez veces más largo que la unidad de medida empleada, en este caso 1 m. Si se dice que la ganancia de voltaje de un amplificador es de 20, esto quiere decir que la magnitud del voltaje de salida es 20 veces mayor que el voltaje de entrada. En el primer caso, la unidad de referencia fue 1 m; en el segundo, la ganancia se expresa sólo mediante una cifra sin dimensiones.

Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

2.1.1 Relaciones logarítmicas de potencia

La relación logarítmica entre dos potencias, en *bels* puede definirse como:

$$P_{LOG} = \log_{10}\left(\frac{W}{W_{ref}}\right) \ bels \tag{2.1}$$

Donde W es la potencia en watts, miliwatts, etc. y W_{ref} es el valor de potencia usada como referencia. La expresión anterior no se utiliza y, en su lugar es más común la expresión de *decibeles*:

$$P_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{W}{W_{ref}}\right) \quad \text{decibeles (dB)} \tag{2.2}$$

En lo sucesivo, omitiremos la designación log_{10} y usaremos simplemente *log*, ya que en todos los casos se trata de logaritmos base 10. Cuando se trate de logaritmos naturales se usará la designación *ln*. Aunque la potencia de referencia puede ser cualquiera, lo común es utilizar como tal 1 w, 1 mw (10^{-3} w), 1 pw (10^{-9} w) y 1 Kw (10^3 w), lo que da lugar a las siguientes designaciones:

dBw $\rightarrow$ Nivel de potencia en dB, referido a 1 w.

dBm $\rightarrow$ Nivel de potencia referido a 1 mw.

dBpw $\rightarrow$ Nivel de potencia referido a 1 pw.

dBKw $\rightarrow$ Nivel de potencia referido a 1 Kw

Cuando se expresan niveles de potencia en dB, es necesario especificar las unidades de referencia utilizadas en las abreviaturas anteriores. Así, si se expresa que el nivel de potencia en un punto de un circuito es de, por ejemplo 8.5 dB, tal designación es errónea, ya que no puede saberse si esos 8.5 dB están referidos a 1 watt, a un miliwatt o a qué otro valor. La designación en dB sólo puede emplearse cuando se refiere a magnitudes adimensionales, por ejemplo la ganancia.

Ejemplo 2.1

Expresar en unidades logarítmicas (dB) 8.5 w.

Si se expresa en dBw se tendrá:

$$P_{dB} = 10\log\left(\frac{8.5}{1\text{ w}}\right) = 9.29 \text{ dBw}$$

En dBm:

$$P_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{8.5 \quad \times \quad 10^3 \quad mw}{1 \quad mw}\right) = 39.29 \text{ dBm}$$

En dBKw:

$$P_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{8.5 \times 10^{-3} \; Kw}{1 \, Kw}\right) = -\,20.71 \text{ dBKw}$$

y, finalmente, en dB pw:

$$P_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{8.5 \times 10^{12} \; pw}{1 \; pw}\right) = 129.29 \text{ dBpw}$$

Del ejemplo anterior se puede observar lo siguiente:

a) dBm = dBw + 30

b) dBKw = dBw + 30

c) dBpw = dBw + 120

Es fácil ver que si la potencia se duplica en unidades lineales, es decir, w, mw, etc., el valor en unidades logarítmicas aumenta 3 dB. Análogamente si la potencia se reduce a la mitad, equivale a restar 3 dB. Así, por ejemplo, expresar 8 w en unidades logarítmicas es muy fácil si se tiene en cuenta lo anterior. 8 w, equivale a 1w × 2 × 2 × 2, es decir, a duplicar tres veces la potencia, que equivale a sumar 3 dB 3 veces. En efecto:

$$P_{dB} = 10 \log (1\times2\times2\times2) = 10 \log (1) + 3 \log(2) = 9 \text{ dBw.}$$

Debe notarse también que el valor de la referencia en unidades logarítmicas *siempre corresponde a 0 dB.*

También conviene notar que multiplicar (o dividir) por 10 una potencia en unidades lineales, equivale a sumar (o restar) 10 dB en unidades logarítmicas. Así por ejemplo 1 w → 0dBw; 10 w → 10 dB w, 100 w → 20 dBw, 0.1 w → -10 dBw, etc.

Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

2.1.2 Relaciones Logarítmicas de Voltaje

a) Misma Impedancia

Si los voltajes se miden sobre resistencias iguales, *R*, la relación (2) puede expresarse como:

$$10\log\left(\frac{W}{W_{ref}}\right) = 10\log\left(\frac{\frac{V^2}{R}}{\frac{V_{ref}^2}{R}}\right) = 10\log\left(\frac{V^2}{V_{ref}^2}\right) = 20\log\left(\frac{V}{V_{ref}}\right) \tag{2.3}$$

Es decir, cuando se trata de voltajes (o corrientes, siguiendo el mismo razonamiento), su expresión en dB es:

$$V_{dB} = 20\log\left(\frac{V}{V_{ref}}\right) \tag{2.4}$$

b) Impedancias diferentes

En algunas aplicaciones, particularmente en telefonía, el voltaje de referen- cia se estipula como medido sobre una resistencia de 600 Ω. Así, se define el nivel de 0 dBV (V mayúscula), como el correspondiente a 1 voltio sobre una carga de 600 Ω. Si el voltaje se mide sobre una resistencia de otro valor, es necesario modificar la expresión (2.4). El punto de partida es la expresión logarítmica de la potencia (2.2).

$$\begin{aligned} 10\log\left(\frac{W}{W_{ref}}\right) &= 10\log\left(\frac{\frac{V^2}{R_2}}{\frac{V_{ref}}{R_1}}\right) = 10\log\left[\left(\frac{V}{V_{ref}}\right)^2 \frac{R_1}{R_2}\right] \\ &= 20\log\left(\frac{V}{V_{ref}}\right) + 10\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \end{aligned} \tag{2.5}$$

En la relación anterior, R_1 es la resistencia sobre la que se mide el voltaje de referencia. Esta relación se emplea principalmente en telefonía, en cuyo caso, R_1 = 600 Ω. En radiocomunicación (2.15) se emplea muy poco y lo más frecuente es utilizar las relaciones logarítmicas de potencia.

También, en telefonía, las relaciones anteriores dan lugar a dos designa-ciones de las relaciones logarítmicas de voltaje que suelen dar lugar a confusión y que son las siguientes:

dBV → Con V mayúscula. El voltaje de referencia es un voltio sobre una impedancia resistiva pura de 600 Ω.

dBv → Con v minúscula. El voltaje de referencia es 1 V y se asume que $R_1 = R_2$, cualquiera que sea su valor.

También se tienen las siguientes designaciones para las relaciones logarítmicas de voltaje.

dBmV → El voltaje de referencia es 1 mV y las impedancias iguales.

dBμV → El voltaje de referencia es 1 μV y las impedancias iguales.

Ejemplo 2.2

El voltaje de señal a la entrada de un receptor es de 47 dBμV. Calcular la potencia de entrada al receptor si su impedancia de entrada es de 75 Ω.

El voltaje de entrada en unidades lineales es:

$$47\,\mathrm{dB\mu V} = 20\log\left(\frac{V_{in}}{1\ \mu V}\right)$$

$$V_{in} = \log^{-1}\left(\frac{47}{20}\right)\mu\mathrm{V} = 10^{-\left(\frac{47}{20}\right)} = 223.87\ \mu\mathrm{V}$$

Donde $\log^{-1}$ representa el logaritmo inverso o antilogaritmo y no debe confundirse con el inverso del logaritmo. La potencia de entrada puede calcularse ahora como:

$$W_{in} = \frac{V_{in}^2}{Z_{in}} = \frac{\left(223.87 \times 10^{-6}\right)^2}{75} = 6.63 \times 10^{-10}\ \text{watt}$$

Y, en unidades logarítmicas

$$\begin{aligned} W_{in}\ (dB) &= 10\log\left(6.63 \times 10^{-10}\right) \\ &= -91.78\ \mathrm{dBw} \\ &= -61.78\ \mathrm{dBm} \\ &= -31.78\ \mathrm{dB\mu w} \end{aligned}$$

2.1.3 Relaciones logarítmicas de intensidad de campo eléctrico

Para la intensidad de campo eléctrico se siguen las mismas reglas que para el voltaje. En este caso, se parte de la relación entre la densidad de flujo de potencia de una onda electromagnética y la intensidad de campo, dada por:

$$S = \frac{E^2}{Z_0} \text{ watt/m}^2 \tag{2.6}$$

Donde *E* es la intensidad de campo eléctrico en volt/m y $Z_0 = 120\pi\ \Omega$ (377 Ω) es la impedancia del espacio libre.

Siguiendo un razonamiento igual al de la sección 2.2, se definen las siguientes unidades logarítmicas para la intensidad de campo:

dBV/m → La intensidad de campo de referencia es de 1 V/m.

dBmV/m→ La referencia es 1 mV/m.

dBμV/m→ La referencia es 1 μV/m.

En los capítulos referentes a Antenas y Propagación se tratará el empleo de estas unidades con mayor amplitud.

2.2 Ganancia

La ganancia expresa numéricamente la relación entre los niveles de potencia, voltaje o corriente de salida y entrada de un circuito o sistema. Así, se puede hablar de ganancia de potencia, de voltaje o de corriente. La ganancia es adimensional y puede expresarse también de forma logarítmica. Para la ganancia de potencia:

$$G(dB) = 10\log\left(\frac{W_o}{W_i}\right) \quad \text{dB} \tag{2.7}$$

Donde W_o indica la potencia de salida y W_i la de entrada. Esta expresión es igual que (2.2) en que ahora la potencia que se usa como referencia es la potencia de entrada. Cuando una magnitud no tiene dimensiones, su expresión logarítmica es en dB. De acuerdo a esto, es incorrecto expresar una ganancia en dBw, dBv, etc. Aquí designaremos a la ganancia de potencia con la letra G, en tanto que a la ganancia de voltaje, la designaremos como G_V. La ganancia de voltaje (o de corriente, G_I) en forma logarítmica está dada por:

$$G_V(dB) = 20\log\left(\frac{V_o}{V_i}\right) \quad \text{dB} \tag{2.8}$$

2.2.1 Ganancia de sistemas en cascada

En la figura 2.1 se ilustra un sistema en cascada en que la salida de cada bloque se conecta a la entrada del siguiente.

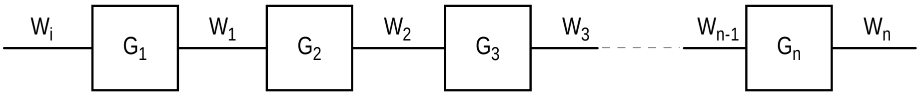


Fig. 2.1. Sistema en cascada.

En el sistema anterior, la ganancia total, en magnitudes lineales, está dada por:

$$G = \frac{W_n}{W_i} \tag{2.9}$$

Ahora bien:

$W_1 = W_i G_1$
$W_2 = W_1 G_2 = W_i G_1 G_2$
$W_3 = W_2 G_3 = W_i G_1 G_2 G_3$
....
$W_n = W_{n-1} G_n = W_i G_1 G_2 G_3 .... G_n$

Con lo que, de (2.9)

$$G = G_1 G_2 G_3 .... G_n \tag{2.10}$$

En magnitudes lineales, la ganancia total de un sistema en cascada es igual al producto de las ganancias de cada uno de los bloques. La relación es igualmente válida si se trata de amplificadores ($G > 1$) o de atenuadores ($G < 1$).

Si la ganancia se expresa en unidades logarítmicas, utilizando (2.7), se tiene que:

$$G(dB) = G_1(dB) + G_2(dB) + G_3(dB) + ... + G_n(dB) \tag{2.11}$$

Si un bloque es amplificador, la ganancia correspondiente, en dB, será mayor que cero (recuérdese que el valor de $G_k = 1$, corresponde al de $G_k(dB) = 0$). Si el bloque es un atenuador, la ganancia será menor que 1 y, expresada en unidades logarítmicas tendrá valor negativo.

2.2.2 Atenuación

Según se mencionó antes, la ganancia de un atenuador es inferior a 1 y, por consecuencia, la potencia de salida es inferior a la de entrada. En unidades logarítmicas, dicha ganancia es negativa. Sin embargo, es frecuente expresar la atenuación logarítmica como una cantidad positiva, *L*, tal que:

$$L = - G \qquad (2.12)$$

En estas condiciones, la ganancia total de un sistema en cascada está dada por:

$$G(dB) = \sum_k G_k - \sum_j L_j \qquad (2.13)$$

Ejemplo 2.3

El sistema de la figura 2.2 está formado por dos amplificadores de 20 y 15 dB de ganancia respectivamente, conectados mediante una línea de 12 km de longitud, cuya atenuación es de 2 dB/km. Calcular la potencia entregada a la salida , si la potencia de entrada es de 4 dBm. Calcular también el voltaje entregado a la carga si ésta es una resistencia pura de 150 Ω.

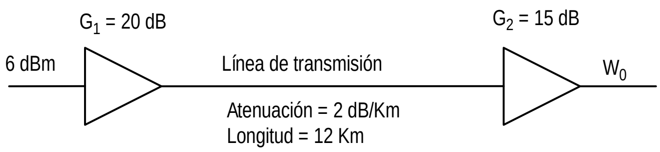


Fig. 2.2.

Primero es necesario calcular la atenuación total introducida por la línea:

$$L = 2 \text{ dB/Km} \times 12 \text{ Km} = 24 \text{ dB}$$

El sistema de la figura 2.2 puede representarse ahora como:

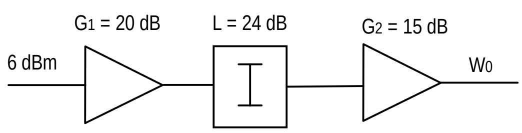


Fig. 2.3.

Donde la línea de transmisión se ha reemplazado por un atenuador. Aplicando ahora 2.12, la ganancia total del sistema es:

$$G(dB) = 20 + 15 - 24 = 11 \text{ dB}$$

y la potencia de salida:

$$W_0(\text{dBm}) = W_i(\text{dBm}) + G(\text{dB}) = 6 + 11 = 17 \text{ dBm}$$

Calculemos ahora el voltaje entregado a la carga de 150 Ω. Para ello es necesario convertir la potencia de salida en watts:

$$W_0(\text{mw}) = 10^{17/10} = 50.12 \text{ mw} = 0.05012 \text{ w}$$

$$V_0 = \sqrt{W_0 \times 150} = \sqrt{0.05012 \times 150} = 2.74\ V$$

2.3 Niveles relativos

2.3.1 dBr

A veces es conveniente referir los niveles logarítmicos de voltaje o potencia al nivel que se tiene en un punto determinado de un circuito o sistema. A este punto de *referencia*, se le asigna arbitrariamente el nivel de 0 dBr (dB relativos). En la literatura en inglés este nivel se designa también como 0 dB TL o 0 dB TLP (Test Level Point), es decir, el nivel de 0 dB relativos en el punto de prueba.

Supóngase el ejemplo de la figura 2.3, en que se toma como referencia el nivel de potencia en el punto B de la figura 2.4.

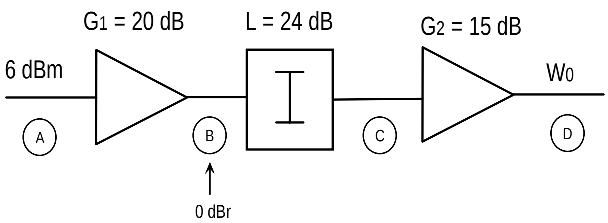


Fig. 2.4

Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

El nivel absoluto en este punto es, como puede verse de los valores de la figura, de 26 dBm. Los valores absolutos y relativos en cada punto del sistema son, por consecuencia:

Punto	Nivel absoluto	Nivel relativo
A	6 dBm	-20 dBr
B	26 dBm	0 dBr
C	2 dBm	-24 dBr
D	17 dBm	-9 dBr

El nivel relativo en cualquier punto en un circuito expresa la ganancia o atenuación en dB, entre el punto de referencia de 0 dBr y el punto considerado.

2.3.2 dBm0

Representa el nivel absoluto, en dBm, medido en el punto de referencia de 0 dBr. La relación entre dBm, dBr y dBm0 es:

$$\text{dBm} = \text{dBm0} + \text{dBr} \tag{2.14}$$

2.4 Ruido[1]

El ruido, en su definición más amplia, se define como cualquier señal no deseada en un canal de comunicación y puede clasificarse como ruido térmico o de Johnson, ruido blanco, ruido rosa, ruido impulsivo, ruido de intermodulación, diafonía o modulación cruzada (crossmodulation), interferencia de tonos, etc. Aunque el tema de ruido se trata con mayor amplitud en el capítulo de Ruido, es importante tratar aquí algunas de sus características básicas para comprender mejor las unidades de medida utilizadas en los sistemas de comunicaciones, que se relacionan directamente con el ruido.

2.4.1 Ruido térmico

El ruido térmico es inevitable y está siempre presente en cualquier circuito o sistema de comunicación y es causado por la agitación térmica de los electrones. Su distribución espectral de energía es constante en todo el espectro, por lo que también se designa como *ruido blanco*, por analogía con la luz blanca que contiene

[1] El tema de ruido se trata con más amplitud en el capítulo 8.

componentes espectrales de todos los colores. Tiene carácter aleatorio y la distribución del voltaje o la corriente de ruido es de tipo gaussiano La densidad espectral de potencia de ruido térmico está dada por:

$$N_0 = kT \qquad \text{watt/hertz} \tag{2.15}$$

Donde $k = 1.38\times10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann y T la temperatura en kelvins.

En un ancho de banda de B Hz la potencia de ruido es:

$$N = kTB \quad \text{watt} \tag{2.16}$$

En unidades logarítmicas y, a la temperatura ambiente de referencia de 290 K, la expresión anterior tiene la forma:

$$N = -204 + 10\log(B) \quad \text{dBw} \tag{2.17}$$

o bien,

$$N = -174 + 10\log(B) \quad \text{dBm} \tag{2.18}$$

2.4.2 Ruido impulsivo

El ruido impulsivo no es continuo y consiste de pulsos irregulares de corta duración y amplitud relativamente grande. Este tipo de ruido degrada las comunicaciones de voz sólo de forma marginal, es decir, no influye demasiado. Sin embargo, puede dañar severamente las comunicaciones de datos y aumentar considerablemente el número de errores en la comunicación. Algunas de las causas del ruido impulsivo en los canales de comunicaciones son los transitorios debidos a las conmutaciones por dispositivos electromecánicos o electrónicos, inducciones debidas a líneas cercanas de energía eléctrica cuando sufren conmutaciones, cercanía de circuitos telegráficos, etc.

2.4.3 Ruido de intermodulación[2]

La intermodulación es el resultado de las no linealidades en los circuitos o sistemas que manejan señales de diferentes frecuencias. Los efectos no lineales dan como resultado la aparición de señales *espurias* a frecuencias diferentes a las de las señales originales cuyo efecto es semejante al del ruido térmico.

[2] El tema de intermodulación se trata con más amplitud en el capítulo 4.

2.4.4 Diafonía

También se designa como *modulación cruzada* y resulta del acoplamiento entre circuitos que transportan señales o mensajes diferentes, por ejemplo, entre dos o más pares de hilos telefónicos físicamente próximos, que transportan diferentes mensajes de voz, de modo que en un circuito es posible escuchar la conversación del otro sin conexión física entre ellos. Aunque su naturaleza es diferente a la del ruido térmico o al de intermodulación, el efecto degradante que tiene sobre la comunicación suele tratarse como una forma de ruido.

2.5 Unidades de medida del ruido en sistemas telefónicos

La cuantificación, medida y control del ruido en los sistemas telefónicos es tan antigua como la propia telefonía. El efecto interferente del ruido en telefonía, y al decir telefonía, nos referimos aquí a la transmisión de voz, es función de la respuesta del oído humano a frecuencias específicas en el canal de voz, así como el tipo de transductores utilizados, es decir micrófonos y auriculares.

Cuando se definieron inicialmente las unidades de medida del ruido, se decidió que sería conveniente medir el efecto interferente relativo del ruido sobre el oyente con un número positivo. Inicialmente la empresa Bell System de los Estados Unidos, eligió como unidad de referencia el nivel de 1 pW (10^{-12} o 90 dBm) a una frecuencia de 1000 Hz. Los tonos con nivel inferior a éste son difícilmente audibles, de modo que la elección de este nivel como umbral da lugar a que todas las medidas utilizadas en telefonía son mayores que ese número y, por tanto, positivas.

2.5.1 dBrn

Es el nivel, respecto a un ruido de referencia de –90 dBm. Así 0 dBrn corresponde a –90 dBm a 1000 Hz. La designación *rn* indica, precisamente, ruido de referencia (reference noise).

2.6 Ponderación

En las pruebas que se hicieron con diversos oyentes en los inicios de la telefonía, se encontró que cuando se utilizaba un tono senoidal de 500 Hz, su nivel tenía que aumentarse 15 dB para producir el mismo efecto interferente sobre el oyente promedio sobre el tono de referencia de 1000 Hz. A 3000 Hz era necesario un aumento de 18 dB sobre el tono de referencia, a 800 Hz, de 6 dB y así sucesivamente. La curva que resulta de representar los efectos interferentes relativos, de tonos de diferentes frecuencias respecto al tono de referencia se designa como *curva de ponderación* y se muestra en la figura 2.5.

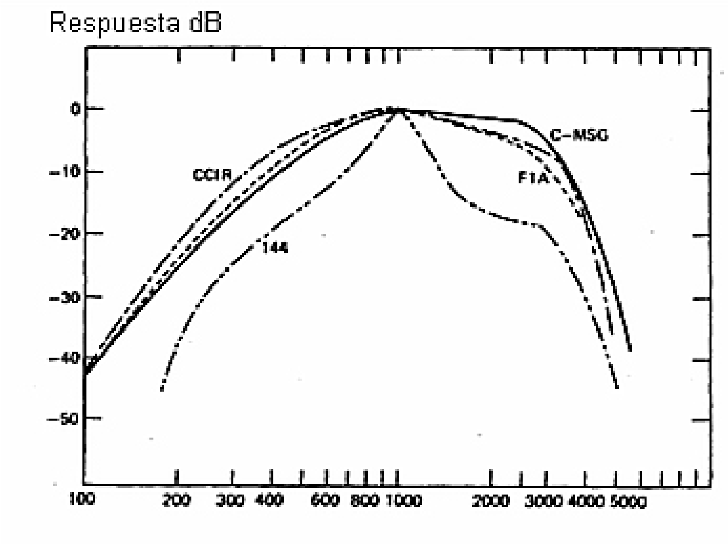


Fig. 2.5. Curvas de ponderación en función de la frecuencia para canales telefónicos (voz).

Históricamente, la primera curva desarrollada es la indicada como 144, por la Western Electric Company de los Estados Unidos. Posteriormente, con la mejora de los receptores telefónicos, se utilizó la curva F1A, con respuesta bastante más ancha. El nivel de referencia para esta curva era de –85 dBm. La unidad de medida con esta curva es el *dBa* o “dB ajustado”. En los Estados Unidos se usa actualmente la curva de ponderación C y la unidad de medida con ella es el dBrnC. Es 3.5 dB más sensible a 1000 Hz que la F1A y 1.5 dB menos que la de ponderación tipo 144. Para la curva tipo C se sigue manteniendo el nivel de referencia de –90 dBm en lugar de ajustarlo a –88.5 dBm.

En Europa, la curva de ponderación más usada es la de ponderación sofométrica[3] del CCITT y las medidas de nivel de ruido asociadas a esta curva son el dBmp (dBm ponderado sofométricamente) y el pWp (picowatts ponderados sofométrica-

[3] Un *sofómetro* es un instrumento para medir el ruido en circuitos telefónicos, cuya respuesta en frecuencia se aproxima a la del oído humano. Cuando se conecta al circuito y con una carga de 600 Ω, el instrumento proporciona una lectura que, por definición, es igual a la mitad de la fuerza electromotriz sofométrica existente en el circuito. La fuerza electromotriz sofométrica es el voltaje real de ruido presente en el circuito.

mente). La frecuencia de referencia en este caso, es de 800 Hz en lugar de 1000 Hz.

En la Recomendación G.223 del CCITT se establece que “si se mide el ruido aleatorio con espectro uniforme en una banda de 3.1 KHz, con característica plana en frecuencia, el nivel de ruido debe reducirse 2.5 dB para obtener el nivel de potencia sofométrica”. Para otros anchos de banda, el factor de ponderación deberá ser igual a:

$$2.5 + 10\ \log B/3.1 \quad \text{dB} \tag{2.19}$$

Así, para un ancho de banda de 4 KHz, este factor de ponderación es de 3.6 dB.

2.7 Relación señal a ruido

La relación señal a ruido, designada como *S/N* o *SNR*, expresa la magnitud de una señal respecto al ruido en un sistema, es decir:

$$S/N = \frac{\text{Nivel de potencia de señal}}{\text{Nivel de potencia de ruido}} \tag{2.20}$$

y, en dB:

$$(S/N)_{dB} = W_{señal}\,(\text{dBm o dBw}) - W_{ruido}\,(\text{dBm o dBw}) \quad \text{dB} \tag{2.21}$$

Ejemplo 2.4

¿Que nivel de potencia debe tener una señal de vídeo cuyo ancho de banda es de 5.2 MHz, para que la relación señal a ruido sea de 45 dB si el ruido presente es únicamente de tipo térmico y cuál es el voltaje desarrollado por esa señal sobre una impedancia de 75 Ω?.

El nivel de ruido se calcula mediante (2.16) o (2.17).

$$N = -204 + 10\log(5.2\times10^{6}) = -136.84 \text{ dBw}$$

Con lo que la potencia de señal debe ser:

$$W_S = N + S/N = -136.84 + 45 = -91.84 \text{ dBw} = -61.84 \text{ dBm}$$

Para calcular el voltaje sobre la resistencia de 75 Ω es necesario convertir la cantidad anterior a watts:

$$W_S = 10^{\frac{W_S\,(dBw)}{10}} = 10^{-9.184} = 6.55 \times 10^{-10} \text{ watt}$$

$$V_{75\,\Omega} = \sqrt{6.55 \times 10^{-10} \times 75} = 2.22 \times 10^{-4}\ V = 0.222 \text{ mV}$$

2.8 Relación E_b/N_0

En los sistemas digitales de comunicaciones es más conveniente emplear la expresión E_b/N_0 que relaciona la energía por bit y por hertz de ruido térmico, en lugar de la relación señal a ruido. Así:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{W_{\text{Señal}}}{kT \times \text{tasa binaria}} \tag{2.22}$$

y, en notación logarítmica:

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} = W_S(\text{dBw}) - 10\log k - 10\log T - 10\log(\text{tasa binaria}) \tag{2.23}$$

Donde 10 log k = 10 log (1.38×10^{-23}) = -228.6 dBw o –198.6 dBm. T, en la expresión anterior es la temperatura efectiva o equivalente de ruido del sistema[4].

Ejemplo 2.5

El nivel de señal recibida en un sistema digital que transmite a una velocidad de 9600 bit/s es de –120 dBm. Calcular la relación E_b/N_o si la temperatura equivalente de ruido del receptor es de 1200 K.

$$E_b/N_0 = -120 \text{ dBm} - 10\log 9600 - 10 \log 1200 + 198.6 \text{ dBm} = 8 \text{ dB}$$

2.9 Potencia radiada y atenuación en el espacio libre

Aunque estos temas se tratan con mayor amplitud en los capítulos 10 y 11, conviene una primera toma de contacto para que el estudiante se vaya familiarizando con los sistemas de radiocomunicación, así como para complementar las aplicaciones de la notación logarítmica.

[4] Para el tratamiento más amplio de este tema véase el Capítulo 8.

2.9.1 Potencia radiada.

Sin entrar de momento en detalles, la potencia radiada es aquélla que transmite una antena al espacio en forma de ondas electromagnéticas. Por lo general, las antenas tienen ganancia, aunque este concepto no debe entenderse como que una antena amplifica la señal que recibe. La ganancia de una antena está asociada con la propiedad de concentrar la energía electromagnética en determinadas regiones del espacio y esa ganancia da una medida de tal capacidad de concentración respecto a una antena ideal que radiara la energía por igual en todas direcciones. Esa antena ideal se designa como antena *isotrópica* y su ganancia es 1 o 0 dBi, donde la i significa dB respecto al isotrópico. A veces se usa como referencia otra antena muy simple, formada por dos conductores rectos y designada como *dipolo*. La ganancia de un dipolo es de 2.15 dBi y cuando se toma el dipolo como referencia, la ganancia se expresa en dBd, es decir, ganancia respecto al dipolo.

Cuando a una antena de ganancia G se le suministra una potencia de W_A watts, la potencia emitida en la dirección de máxima radiación es:

$$W_{RAD} = G\,W_A \quad \text{watts} \tag{2.24}$$

Es decir, que en esa dirección particular, radía G watts más que lo que radiaría una antena isotrópica alimentada con la misma potencia W_A, aunque en otras direcciones es posible que no radie nada de energía. W_{RAD} se designa como la potencia isotrópica radiada equivalente o efectiva (PIRE[5]). Si la ganancia se da respecto a un dipolo, la potencia radiada se designa como *potencia radiada aparente* (PRA o PAR). En notación logarítmica:

$$\text{PIRE}_{\text{dB}} = W_A\ (\text{dBw}) + G_A\ (\text{dBi}) \quad \text{dBw} \tag{2.25}$$

$$\text{PRA}_{\text{dB}} = W_A\ (\text{dBw}) + G_A\ (\text{dBd}) \quad \text{dBw} \tag{2.26}$$

Ejemplo 2.6

La ganancia máxima de una antena con reflector parabólico está dada por:

$$G_A = \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2$$

[5] La abreviatura en inglés es EIRP o Equivalent (Effective) Isotropic Radiated Power.

Donde η es la eficiencia de la antena que, dependiendo de diversos factores puede tener valores entre 0.55 y 0.7 aproximadamente. *D* es el diámetro de la antena y λ la longitud de onda, en las mismas unidades que *D*.

Calcular la PIRE emitida por una antena parabólica que transmite desde la tierra a un satélte, si la antena tiene un diámetro de 3 m, su eficiencia es de 0.55 y se alimenta con 100 w a una frecuencia de 14 GHz.

Calculamos primero la ganancia mediante la expresión anterior:

$$G_A = 0.55\left(\frac{\pi \times 3}{0.0214}\right)^2 = 1.067\times10^5$$

y, en dB:

$$G_A = 10\log(G_A) = 50.28 \quad \text{dBi}$$

La potencia suministrada a la antena es de 100 w, es decir, 20 dBw, de modo que la potencia radiada (PIRE) es:

$$PIRE = 20 \ \text{dBw} + 50.28 \ \text{dBi} = 70.28 \ \text{dBw}$$

Esta potencia corresponde a 1.067×10^7 watts radiados, es decir, 10.67 Megawatts, con sólo 100 w alimentados a la antena.

2.9.2 Atenuación en el espacio libre

Se entiende por espacio libre la condición en que la energía electromagnética se propaga sin obstáculos de ninguna clase. Tal situación se da, por ejemplo en las comunicaciones con satélites, entre aeronaves o entre éstas y tierra, o bien en algunos casos particulares a distancias cercanas a la superficie de la tierra como en el caso de radioenlaces de microondas a frecuencias muy elevadas. Trataremos aquí la atenuación entre antenas isotrópicas, como un ejemplo de aplicación de las expresiones logarítmicas. Una antena isotrópica radia energía por igual en todas direcciones en forma de una onda esférica. A una distancia *r* de la antena, puede considerarse que toda la potencia radiada está distribuida sobre una esfera de área $4\pi r^2$, de modo que puede definirse una *densidad de flujo de potencia* a esa distancia *r* como:

$$S = \frac{W_{RAD}}{4\pi r^2} \quad \text{watt/m}^2 \qquad (2.27)$$

W_{RAD} es aquí la potencia isotrópica equivalente radiada.

Si a esa distancia r se coloca otra antena isotrópica, esta interceptará a la energía electromagnética y se inducirá en ella un voltaje que será proporcional a la densidad de flujo de potencia en el punto de recepción y a una magnitud designada como *area efectiva* o *área equivalente*, A_e que, para una antena isotrópica lo definiremos aquí como:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad \text{m}^2 \tag{2.28}$$

La potencia recibida por la antena isotrópica será:

$$W_{Riso} = S A_e \quad \text{watt} \tag{2.29}$$

y substituyendo (2.26) y (2.27):

$$W_{Riso} = W_{RAD} \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \tag{2.30}$$

La atenuación entre dos antenas isotrópicas se define ahora como:

$$\alpha_{EL} = \frac{W_{Riso}}{W_{RAD}} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 \tag{2.31}$$

En unidades logarítmicas, la atenuación suele definirse como una magnitud positiva:

$$L_{EL} = 10\log\left(\frac{1}{\alpha_{EL}} \right) = 10\log\left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = 20\log\left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right) \quad \text{dB} \tag{2.32}$$

La fórmula anterior, después de algunas manipulaciones algebraicas, da lugar a la siguiente expresión, muy utilizada en la práctica.

$$L_{EL} = 32.45 + 20\log(r_{Km}) + 20\log(f_{MHz}) \quad \text{dB} \tag{2.32}$$

donde la distancia está expresada en Km y la frecuencia en MHz.

<u>Ejemplo 2.7</u>

Con los resultados del Ejemplo 2.6, calcular la potencia recibida por una antena isotrópica a bordo de un satélite de comunicaciones, en órbita geoestacionaria a 36000 Km de distancia de la antena transmisora terrestre.

La potencia recibida isotrópica se calcula como:

$$W_{Riso} = PIRE(\text{dBw}) - L_{EL}(\text{dB}) \quad \text{watt}$$

Hay que calcular primero la atenuación en el espacio libre:

$$L_{EL} = 32.45 + 20 \log(36000) + 20 \log(14000) = 206.5 \text{ dB}$$

Con lo que, la potencia isotrópica recibida es:

$$W_{Riso} = 70.28 - 206.5 = -136.22 \text{ dBw}$$

2.10 Otras magnitudes logarítmicas: Neper

En el estudio de la líneas de transmisión es frecuente expresar la atenuación en nepers por unidad de longitud.

El neper es también una magnitud logarítmica que expresa la relación entre dos voltajes o corrientes:

$$Np = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{neper} \tag{2.33}$$

Aquí se emplea el logaritmo natural o neperiano de la relación de voltajes y V_1 es el voltaje de referencia que siempre debe especificarse explícitamente.

El neper también se define como la mitad del logaritmo natural de la relación de dos potencias, medidas bajo condiciones tales, que la resistencia del circuito es la misma según varía el nivel. La relación entre nepers y dB es:

1 neper = 8.686 dB

2.11 Resumen de algunas otras designaciones de unidades logarítmicas empleadas en comunicaciones

a) ***dBc.*** Se usa para expresar el nivel de potencia de una señal con respecto a la portadora. Es frecuente en transmisión de radio para indicar el nivel de productos de intermodulación o de señales espúreas dentro o fuera de la banda de transmisión. Se emplea también para expresar la magnitud del *ruido de fase*, principalmente en sistemas digitales. La designación *dBc* tuvo en sus orígenes un significado muy diferente. Se conocieron como “dB Collins” y fuereon empleados por la empresa Collins Radio Co. en los Estados Unidos para designar niveles de voltaje referidos a 0.775 V rms, medidos en la escala de dB de un voltímetro HP-400.

b) ***dBK.*** En alguna literatura se usa para designar dB respecto a un kilowatt (dBKw), pero frecuentemente para designar en dB respecto al nivel de densidad espectral de potencia de ruido por encima del nivel de ruido a 0 K. (-228.6 dBw).

c) ***dBKT***. Suele designar el nivel de densidad espectral de potencia de ruido por encima de una temperatura de referencia, generalmente 290 K (-204 dBw).

d) ***dBx*.** Utilizados en telefonía para medir el acoplamiento de diafonía o modulación cruzada.

e) ***dBrn-Cm***. dB respecto al ruido de referencia, ajustados para circuitos de mensaje C (C-message). Similar a dBrn, excepto que se usan para medidas de ruido interferente con un tipo de aparato telefónico específico (Bell 500) y con una potencia de ruido de referencia de -–0 dBm a 1000 Hz.

f) ***0-TLP*.** Abreviatura de punto de nivel de transmisión cero[6]. Es punto, en un sistema telefónico, es aquél en que se tiene un nivel de 1 mw (0 dBm).

g) ***VU.*** Designada como unidad de volumen (volume unit). Se emplea extensamente para la medición de niveles de sonido en aplicaciones de grabación, reproducción y radiodifusión sonora. El nivel de 0 VU se define como el nivel de 1 mw (0 dBm) sobre 600 Ω a 1 KHz.

Las definiciones anteriores no son las únicas que se emplean en la práctica, con frecuencia en aplicaciones muy específicas. Algunas de ellas están en desuso y únicamente tienen interés histórico o para casos muy específicos.

Problemas

2.1 Sobre una impedancia de carga se miden los siguientes niveles: 10 dBm; 0.1 dBw; 70 dB_{pw}; -10 dBw. (a). Determinar la caída de tensión en la carga si ésta es de 50 Ω. (b) Si es de 600 Ω.

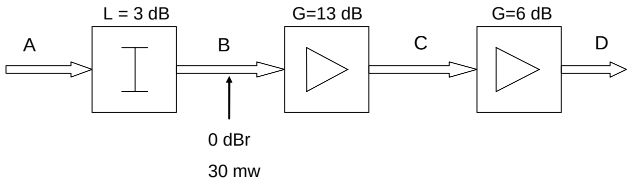
---

[6] Zero Transmission Level Point

2.2 Sobre una resistencia de 75 Ω se miden los siguientes niveles de potencia: a) 1.5 dBK, b) 7 dBm, c) 120 dB_{pw}. Calcular la caída de tensión cada caso.

2.3 Un combinador de dos entradas y una salida tiene una atenuación de 3 dB y tiene aplicadas a sus entradas dos señales no coherentes de 13 dBm y -50 dBKW respectivamente. Calcular el nivel de potencia a la salida.

2.4 Expresar en dBK los niveles de potencia en los puntos A, B, C y D de la figura siguiente.



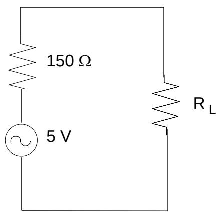
Problema 2.4.

2.5 En el ejercicio anterior, ¿cuál es el nivel en dBm0 en el punto D?

2.6 Expresar en mw los siguientes niveles: -40 dBK; 35 dBmV; 30 dbmV; 20 dBV. (a) Cuando la carga es de 100 Ω. (b) Cuando es de 600 Ω.

2.7 Expresar en pw los siguientes niveles: (a) 40 dBmV sobre 50 Ω; (b) -30 dBmV sobre 150 Ω, (c) -75 dBw; (d) -100 dBK.

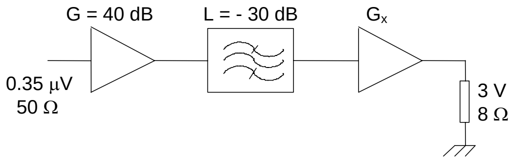
2.8 A un combinador de tres entradas y una salida, cuya impedancia de entrada es de 50 ohms llegan las siguientes señales : -30 dBV, +25 dBmV y -15 dBm. Calcular la salida del combinador. (a) Si las señales son coherentes. (b) Si las señales no son coherentes. En ambos casos la impedancia de carga a la salida del combinador es de 50 Ω e introduce una atenuación de 1.5 dB.



2.9. En el circuito de la figura, calcular V_L en voltios y dBV, así como P_L en vatios, dBW y dBm para valores de R_L de 10, 50, 100, 150, 300, 600, 1K, 10K y 100 K ohms. Construya una gráfica del voltaje y la potencia en unidades fundamentales y logarítmicas (dB) y explique su significado, relacionán-dolo con el teorema de máxima transferencia de potencia.

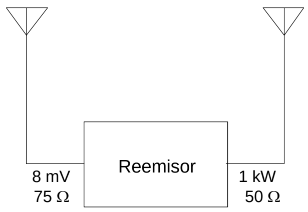
Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

2.10 En el sistema mostrado en la figura calcule G_X y la ganancia total de voltaje.



Problema 2.10.

2.11 En el sistema de la figura, calcular las ganancias de voltaje, corriente y potencia.



Problema 2.11.

2.12 La potencia recibida por una antena isotrópica en el espacio libre está dada por:

$$P_r = \frac{P_{RAD}}{d^2}\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2$$

y la atenuación total en el trayecto de propagación por:

$$\alpha = \frac{P_{RAD}}{P_r} = \frac{d^2}{\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2}$$

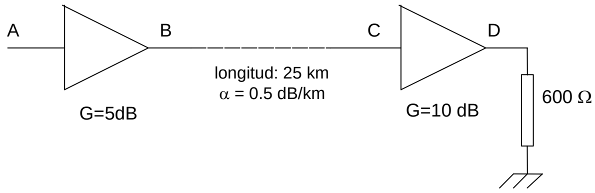
Donde d es la distancia en metros entre las antenas transmisora y receptora, λ la longitud de onda en metros y P_{RAD} la potencia radiada en watts. Demostrar que la atenuación en dB puede expresarse como:

$$L\ 10\log(\alpha) = 32.45 + 20\log(d_{km}) + 20\log(f_{MHz})$$

2.13 En el circuito de la figura, calcular:

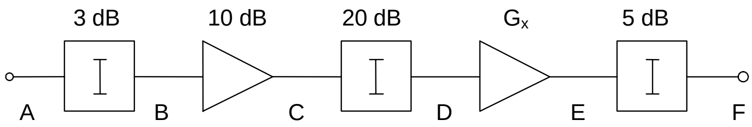
a) Niveles de potencia en dBm en los puntos B, C y D.

b) Niveles relativos en esos puntos, tomando como referencia el punto A.
c) Voltaje en la carga.



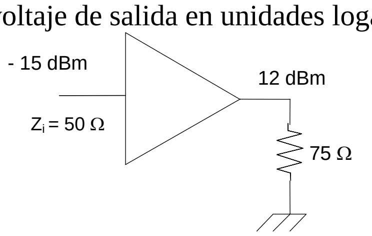
Problema 2.13.

2.14 En el sistema de la figura, se aplica un tono senoidal de 1 kHz en el punto A, con una potencia de 4 mw. En el punto E se miden -8 dBV sobre 75 Ω y se sabe que el nivel relativo en ese punto es de 21 dBr. Calcular G_X y los niveles absolutos y relativos en los demás puntos.



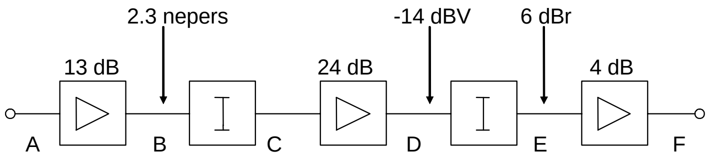
Problema 2.14.

2.14 En el sistema de la figura, calcular: (a) Ganancia de voltaje en magnitud y en dB. (b) Ganancia de corriente en magnitud y dB. (c) Ganancia de potencia en magnitud y dB. (c) Niveles de potencia y voltaje de entrada en unidades logarítmicas. (d) Niveles de potencia y voltaje de salida en unidades logarítmicas.



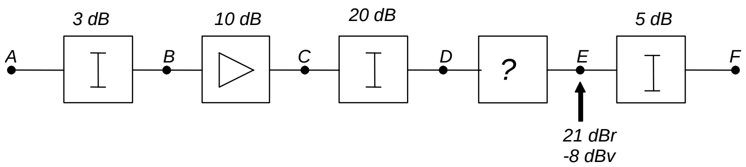
Problema 2.15.

2.16 En el sistema de la figura, se aplica una señal de –20 dBm0 en el punto A, y en el punto D se miden –14 dBV sobre 150 Ω. Si el nivel relativo en el punto E es de 6 dBr y la potencia en B tiene un nivel absoluto de –2.3 nepers referidos a 1 mw, calcular los niveles relativos en cada punto.



Problema 2.16.

2.17 En el circuito de la figura se inyecta un tono a una potencia de 4 mw en el punto A y en el punto E se registran -8 dBv sobre 75 Ω. Si el nivel relativo en el punto E es de 21 dBr, ¿Cuál será el nivel relativo de potencia en los demás puntos del sistema y la ganancia entre D y E?



Problema 2.17.

2.18 Si se conocen las ganancias de voltaje y corriente de un sistema, demostrar, empleando las definiciones de unidades logarítmicas del Capítulo 2, que la ganancia de potencia está dada por:

$$G(dB) = \frac{1}{2}\left[G_V(dB) + G_I(dB)\right]$$

2.19 Cuando las impedancias de entrada y salida de un circuito o sistema son reales, diferentes y de valor conocido y sólo se pueden medir los voltajes de entrada y salida, demuestre que la ganancia de potencia puede calcularse mediante:

$$G_P = G_V + 10\log\left(\frac{R_i}{R_0}\right) \quad \text{dB}$$

2.20 Demuestre que para una antena con reflector parabólico de diámetro *D* metros y eficiencia de 55%, la ganancia, en dB, puede expresarse como:

$$G_A(dB) = 20\log D + 20\log f_{GHz} + 17.8$$